آموزش رهیافت‌های حل مسئله

بهناز ساویزی
دکترای آموزش ریاضی و دبیر ریاضی منطقه ۱ تهران
مقالهٔ ارائه شده در سیزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی

چکیده

این نوشـــتار، مروری بر نظریات و نتایج تحقیقات مختلـــف در زمینهٔ آموزش رهیافت‌های حل مســـئله است. هدف مقاله رد یا تأیید آموزش رهیافت‌ها نیست بلکه هدف آن بررسی موضوع از زوایای مختلف و تأمل عمیق‌تر بر چرایی و چگونگی آموزش رهیافت‌هاســـت. البته در تهیهٔ این نوشتار فصل اول کتاب ریاضی هفتم مورد نظر بوده و نظر نویســـنده در مـــورد این فصل با توجه به تحقیقات و نظریات موجود در زمینهٔ آموزش رهیافت‌ها بیان شده است.

کلیدواژه‌ها: رهیافت، حل مسئله، آموزش

مقدمه

حل مســـئله از ارکان مهم آموزش ریاضیات است. بیانیـــهٔ عمـــل NCTM در آغاز دههٔ هشـــتاد میلادی، حل مسئله را هســـته اصلی آموزش ریاضیات معرفی نمود. در بخشی از این بیانیه آمده بود: «... تلاش برای آمـــوزش تمام مهارت‌ها و محتـــوای ریاضیات، پیش از [آموزش] حل مســـئله کارایی چندانی ندارد... مشکل [دانش‌آموزان] در محاسبات نباید مانعی برای یادگیری راهبردهای حل مسئله باشد...» (کلاین، ۲۰۰۳). حل مســـئله یکی از پنج اســـتاندارد فرایند NCTM، یکی از اســـتانداردهای هشـــت‌گانهٔ CCSSI[1]، محور اصلی برنامه درسی ریاضیات در سنگاپور و یکی از موضوعات مورد تأکید برنامه درســـی چین است. (دو کشور اخیر از موفق‌ترین‌ها در عرصهٔ آموزش ریاضی مدرســـه‌ای می‌باشـــند. (بـــرون، ۲۰۱۳) (دبلیـــو، ۲۰۱۲) (کار، مترجـــم: غلام‌آزاد). رویکردهای مختلفی برای حضور «حل مسئله» در برنامهٔ درسی ریاضی وجود دارد که از آن جمله می‌توان به آموزش حل مســـئله، آموزش ریاضی به‌منظور حل مســـئله و آموزش از طریق حل مســـئله اشـــاره نمود. این ســـه رویکرد با سه مقطع تاریخـــی در آموزش، یعنـــی دورهٔ تدریس محور[2] در اوایل قرن بیستم، دورهٔ پردازش اطلاعات[3] در اواسط قـــرن بیســـتم و دورهٔ ساخت‌وســـازگرایی و محوریت فعالیت دانش‌آموز از اواخر قرن بیستم تاکنون مطابقت دارد. آموزش رهیافت‌های حل مسئله در عصر طلایی خود، یعنی اواسط قرن بیســـتم، مصادف بود با دورهٔ علاقه‌مندی متخصصـــان هوش مصنوعـــی به اینکه ماشین‌ها بتوانند مسئله حل کنند، بنابراین استخراج اِلمان‌ها و رهیافت‌های کلی حل مســـئله، مستقل از محتوا و نوع مســـئله و به‌عنوان اســـتراتژی‌های قابل تعمیم مورد توجه بود. (پرکینس و سالمون، ۱۹۸۹)

در تحقیقات اخیر آموزش از طریق حل مســـئله را بیـــش از رویکردهـــای دیگـــر مـــورد تأکیـــد قرار می‌دهنـــد(کای و لِســـتر، ۲۰۱۰)، (تاپالین، مترجم: فروزبخـــش، فیـــروزه، ۱۳۹۲). آموزش حل مســـئله به‌معنای آموزش اســـتراتژی‌ها و رهیافت‌هایی اســـت کـــه منجر به ایجـــاد مهارت حل مســـئلهٔ ریاضی در دانش‌آموز می‌گردد.

رهیافت چیست؟

پولیا (۱۹۴۵) از شناخته‌شده‌ترین افرادی است که فرایند حل مسئله را به شکلی نظام‌مند فرموله و تبیین کرد (پولیا ۱۹۴۵). وی فرایند حل مسئله را در چهار گام کلی فهم مسئله، طرح نقشه، اجرای نقشه و بازگشت به عقب (به پس نگریستن) مدل‌سازی نمود. البته برای هر گام استراتژی‌هایی نیز مطرح می‌شد. جان دیویی[۴] (۱۹۳۳) و کرولیک[۵] و رادنیک[۶] (۱۹۸۰) نیز به‌نوبهٔ خود مدل‌هایی برای حل مسئله ارائه داده‌اند که در جدول ۱ آورده شده است (کارسون ۲۰۰۷).

پولیا رهیافت‌ها را همان راهبردهایی معرفی می‌کند که ریاضی‌دانان و مسئله‌حل‌کن‌های ماهر برای حل مسائل ریاضی از آن‌ها بهره می‌برند (پولیا ۱۹۴۵). شونفیلد رهیافت‌های حل مسئله را راهبردهایی می‌داند که به دانش‌آموز کمک می‌کنند تا صورت‌مسئله را بفهمد و حل کند (۱۹۸۵ شونفیلد).

برونر (۱۹۶۰) رهیافت‌ها را روش‌ها و راهبردهایی برای آسان‌تر شدن حل مسئله تعریف می‌کند (سیو، ۲۰۰۵).

گام‌های حل مسئله	جان دیویی (۱۹۳۳)	جرج پولیا (۱۹۴۵)	کرولیک و رادنیک (۱۹۸۸)
	با مسئله مواجه شدن	درک مسئله	خواندن
	تشخیص و تعریف مسئله	طرح نقشه	جست‌وجو کردن
	فهرست کردن راه‌حل‌های ممکن	اجرای نقشه	انتخاب استراتژی
	حدس زدن روابط و نتیجهٔ راه‌حل‌ها	بازپس‌نگریستن (به عقب بازگشتن)	حل کردن
	آزمون نتیجه		مرور و توسعهٔ حل

دیدگاه‌های مختلف در رابطه با تدریس رهیافت‌های حل مسئله

پولیا اولین ارائه‌کنندهٔ رهیافت‌های حل مسئله است؛ با وجود این هیچ‌گاه ادعایی نکرد که می‌توان این رهیافت‌ها را آموزش داد (پولیا ۱۹۴۵ در شونفیلد ۱۹۸۳). شونفیلد (۲۰۱۲) بیان می‌کند: «پولیا رهیافت‌ها را شرح داد، من فهمیدم و از آن‌ها استفاده کردم! در آن وقت تأسف می‌خوردم که چرا پیش‌تر آن‌ها را آموزش ندیده بودم. درسی که گرفتم این بود که وقتی افراد می‌خواهند راهبردهای کتاب پولیا را آموزش دهند دانش‌آموزان استفادهٔ مؤثر از آن‌ها را یاد نمی‌گیرند. اگرچه این ناامیدکننده بود ولی آموزش ریاضی را با چالشی مفید و جدید مواجه ساخت...» (شونفیلد ICME 2012). شونفیلد نتایج تحقیقات تجربی (آزمایشگاهی) چند سالهٔ خود در حل مسئله، چگونگی حل مسئلهٔ متخصصان و نوآموزان و عناصر حل مسئله را در کتاب «حل مسئلهٔ ریاضی» جمع‌بندی کرد (شونفیلد ۱۹۸۵). وی معتقد است آموزش تعداد محدودی رهیافت حل مسئله تحت شرایطی معلوم و کنترل شده می‌تواند منجر به بهبود حل مسئله در تازه‌کاران شود ولی به‌دلیل پیچیدگی استفاده از رهیافت‌ها در عمل این موضوع قابل تعمیم به کل نیست. (شونفیلد ۱۹۸۳)

لستر[۷] (۲۰۱۰) بیان می‌کند که هیچ‌یک از تحقیقات انجام شده تقویت مهارت حل مسئله در دانش‌آموزان را از طریق یک برنامهٔ درسی که شامل آموزش مفاهیم و رویّه‌ها، طرح مسئله و آموزش رهیافت‌های حل مسئله باشد به‌طور قطعی تأیید نمی‌کند (لستر ۲۰۱۰) . از این‌رو امروزه تحقیقات کمتری دربارهٔ این موضوع انجام می‌شود (لستر ۲۰۱۰). لستر معتقد است اگر انتظار داریم دانش‌آموزان مسئله‌حل‌کن‌های ماهری شوند ناچاریم نگرشمان در موضوع حل مسئله را بدین‌گونه تغییر دهیم که «مسئله عاملی خارجی و تزریقی در برنامهٔ درسی ریاضی نیست که برای آموزش حل آن ناگزیر از تدریس رهیافت‌ها و استراتژی‌ها باشیم. بلکه برنامه درسی ریاضی تلفیقی از مسئله و حل مسئله است. آموزش، از طریق حل مسئله و مفاهیم، از دل حل مسئله بیرون کشیده شده و آموخته می‌شود» (لستر ۲۰۱۰). البته هر نوع تمرین و تکلیفی «مسئله» محسوب نمی‌شود. مسائل مفید برای برنامهٔ درسی ده ویژگی دارند که لاپان[۸] و فیلیپس[۹] (۱۹۹۸) آن‌ها را بیان کرده‌اند که از این میان چهار ویژگی برای مسائل کلاس درس ضروری است. این چهار ویژگی عبارتند از:

۱. مسئله باید حاوی ریاضیات مهم و مفید باشد؛

۲. حل مسئلهٔ مطرح شده باید نیازمند تفکر سطح بالا باشد.

۳. مسئله باید در رشد مفهومی دانش‌آموز نقش داشته باشد.

۴. مسئله باید طوری باشد تا معلم به میزان یادگیری مفاهیم و دشواری‌های دانش‌آموزان طی

حل آن نظارت و کنترل داشته باشد (لاپان و فیلیپس ۱۹۹۸ به نقل از لستر ۲۰۱۰).

در آمـوزش از طریق حل مسـئله دانش‌آموز آزاد اسـت هر نوع رویکردی را که مایل است انتخاب کند، هر نوع دانشـی را که می‌دانـد فراخواند و نظرات خود را به هر شـیوه‌ای که با آن راحت‌تر است ارزیابی نماید (لستر ۲۰۱۰). دانش‌آموز طی چالش برای حل مسئله، شـرح و ارزیابی اندیشـهٔ خود و نیز همکلاسی‌هایش، موفق می‌شود اندیشهٔ خود را سازماندهی کند و صاحب «دانستن» خود باشـد (لمپرت ۱۹۹۰ به نقل از لستر ۲۰۱۰).

کارسون[10] (۲۰۰۷) موضع مخالفی در قبال تئوری آموزش مهارت حل مسـئله اتخاذ می‌کند (کارسـون ۲۰۰۷). محوریت حل مسئله در استانداردهای نوین برنامه درسی ریاضی به شکل ضمنی بدین‌معناست که رهیافت و اسـتراتژی‌های حل مسئله مقدم بر تسلط بر مفاهیم و دانش‌ها هستند (مراجعه کنید به بخشی از بیانیـهٔ عمـل NCTM کـه در مقدمه آورده شـده است). کارسـون بیان می‌کند که تئوری حل مسئله، رهیافت‌های بی‌محتـوا[11] را مقدم بر دانش محتوایی و مفهومی می‌داند (کارسـون ۲۰۰۷). وی مهارت حل مسئله را بدون دانش محتوایی و مفهومی لازم و اولیه ممکن نمی‌داند. تناقض موجـود در ادبیات تحقیقات حل مسئله آنجا آشکار می‌گردد که طرفداران آموزش از طریق حل مسئله و آموزش حل مسئله، رویکرد خود را ضد محتوا ـ محور بودن برنامه درسی معرفی می‌کنند و از سـوی دیگر حل مسئله را مستلزم داشتن دانش محتوایی و مفهومی قبلی می‌دانند. کارسـون معتقد اسـت این تناقض خود «مشکل یا مسئلهٔ حل مسئله است» و نتیجه می‌گیرد که «تسلط بر دانش مفهومی و محتوایی» مقدم بر «مهارت حل مسئله» است و این دو با هم ملازمه دارند. کارسون بیان می‌کند رهیافت‌های حل مسئلهٔ پولیا و دیویی، به روشنی معلوم نمی‌کنند تا چه حد مستقل از محتوای دانشی می‌توانند کارایی داشته باشند. رهیافت‌های حل مسئلهٔ «خالی از محتوا» از نظر کارسون خود دارای مسئله‌اند، زیرا دانش و تفکر را دو حـوزه و مقولهٔ جدا از هم می‌دانند. حل مسـئله به‌طور طبیعی منجر به کشف الگوریتم‌ها و رهیافت‌های حل مسئله می‌شود و باید دانش‌آموز را در جهتی سوق داد که بتواند معلومات و دانش لازم را بیاموزد، به‌خوبی آن‌هـا را فرا خواند و در حل مسـئله از آن بهره گیرد. (کارسون ۲۰۰۷)

در سیلابس آموزش ریاضی سنگاپور ۱۳ رهیافت حل مسئله معرفی شده است ولی به هیچ‌یک از آن‌ها در متن کتاب‌های درسی اشارهٔ مستقیمی نشده است (سـیو ۲۰۰۵). سـیو این سـیزده رهیافت را در سه دسـتهٔ کلی: رهیافت‌های بیان[12] مسئله، رهیافت‌های ساده‌سـازی[13] و رهیافت‌های مسـیر[14] تقسـیم‌بندی می‌کند. وی معتقد بـه آموزش جداگانه و به اصطلاح از بالا به پایین رهیافت‌هاسـت ولی همهٔ رهیافت‌ها را بـه هر طریق دلخواه قابل تدریـس نمی‌داند. تدریس یک رهیافت و سـپس مطرح نمودن مسئلهٔ مرتبط با همان رهیافت، از نظر سیو، کارایی چندانی ندارد زیرا رهیافت‌هـا هر یک به‌طور جدا از هم تدریس شـده و ارتبـاط بین رهیافت‌ها و ایدهٔ اصلی مسـتتر در آن‌ها آشکار نمی‌شود (سیو ۲۰۰۵).

کدام رهیافت‌ها و چگونه؟

شـونفیلد برای تدریـس و به‌کارگیری رهیافت‌ها پاسـخگویی به تعدادی پرسـش را ضـروری می‌داند: «پیش‌زمینه و معلومات قبلی دانش‌آموزان چقدر باشد تا بتوان به آن‌ها اسـتراتژی‌های حل مسئله را آموزش داد؟ علاوه‌بر اسـتراتژی‌های شـخصی حل مسئله به چـه چیزهای دیگری نیازمندیم؟ تدریس و اسـتفاده از اسـتراتژی کلی مانند تعیین اهداف جزئی‌تر به چه طریق و تا چه حد ممکن است؟» (آموزش مهارت‌های حل مسئله شـونفیلد). به بیان شونفیلد دشواری‌ها و نکات مهمی در رابطه با آموزش رهیافت‌ها وجود دارد: اول اینکه رهیافت‌ها بسیار پیچیده‌تر از آن هستند که در نگاه اول و در بیان‌شان به‌نظر می‌رسند. دوم تدریس رهیافت‌ها تنها به شرط اینکه به تعداد کم و محدود و تحت شـرایط کاملاً کنترل شده باشند منجر به ایجاد تغییر در مهارت حل مسئلهٔ دانش‌آموز می‌گردد و این موضوع در حالت کلی تعمیم‌پذیر نیست و سوم اینکه دانسـتن تنها استراتژی‌های حل مسئله کافی نیست. فرد باید بداند کدام رهیافـت را چه زمان به‌کار گیرد. (شـونفیلد۱۹۸۳). شـونفیلد در رابطـه با پیچیدگی اسـتفاده از رهیافت‌ها مثال‌هایی می‌زنـد. برای مثال یکی از رهیافت‌های معروف و سرانگشتی «استفاده از مسئله ساده‌تر» است. در همهٔ موارد زیر استفاده از این رهیافت کارساز است.

۱. اگـر a، b، c، d اعـداد بین صفر و یک باشـند ثابت کنید:

$(1-a)(1-b)(1-c)(1-d)>1-a-b-c-d$

۲. حاصل‌جمع زیر را بیابید.

$$\frac{۱}{۲!}+\frac{۲}{۳!}+\ldots+\frac{n}{(n+۱)!}$$

۳. ثابت کنید اگر $a^۲+b^۲+c^۲+d^۲=ab+bc+cd+ad$ آن‌گاه $a=b=c=d$

برای مسئلهٔ اول یک فرد تازه‌کار ممکن است پرانتزها را در هم ضرب کند و عملیات را ادامه دهد. درحالی‌که مسئله‌حل‌کن ماهر با کاهش تعداد متغیرها و ساده‌تر کردن مسئله آغاز می‌کند. در مورد مسئلهٔ ۲، مسئلهٔ ساده‌تر عبارت از محاسبهٔ چند جملهٔ اول سری است. گاهی دیدن متغیر طبیعی (n) می‌تواند یادآور مسئلهٔ استقرا و آزمودن چند جملهٔ اول باشد. در حالی‌که در مسئلهٔ «ثابت کنید $۲^n-۱$ به‌ازای اعداد طبیعی عددی اول است» فرد باتجربه سراغ اثبات به کمک برهان خلف می‌رود و مسئله‌حل‌کن تازه‌کار به احتمال زیاد شروع به امتحان کردن اعداد مختلف و محاسبهٔ عدد می‌نماید. در مسئلهٔ سوم، مسئلهٔ ساده‌تر (با متغیر کمتر) به دو شکل به ذهن دانش‌آموز می‌رسد (شونفیلد ۱۹۸۵):

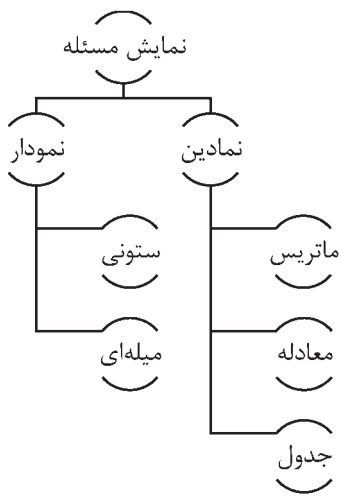
الف. $a^۲+b^۲=ab$ آن‌گاه $a=b$

ب. $a^۲+b^۲=ab+ba$ آن‌گاه $a=b$

در دو مسئلهٔ اول رهیافت «مسئلهٔ ساده‌تر» به شکل متفاوتی به‌کار رفته است. در اولی به شکل کاهش تعداد متغیرها و در دومی به شکل محاسبهٔ چند جملهٔ اول. در مسئله سوم مسئلهٔ ساده‌تر با کاهش تعداد متغیرها حاصل می‌شود ولی این کاهش منجر به دو نوع مسئلهٔ ساده‌تر می‌گردد. شونفیلد بیان می‌کند به‌کارگیری رهیافت‌های به‌ظاهر ساده برای تازه‌کارها اغلب کاری پیچیده است. وی معتقد است آموزش رهیافت‌های حل مسئله تنها زمانی مفید است که تعداد رهیافت‌ها کم باشند، در رابطه با تعداد محدودی مسئله مستقیماً بیان شده باشند و به‌صورت گام‌به‌گام و دوره‌ای یادآوری و تشریح گردند (شونفیلد۱۹۸۳). به‌علاوه، شونفیلد آموزش رهیافت‌های کلی مانند «یافتن مسئلهٔ مشابه» یا «تعیین اهداف جزئی‌تر مسئله» را مفید نمی‌داند؛ در عوض شکستن رهیافت‌های کلی را به رهیافت‌های جزئی‌تر کارامد می‌داند (شونفیلد ۱۹۸۵ ص ۹۵).

برخلاف شونفیلد که تدریس رهیافت‌های جزئی‌تر به جای تدریس رهیافت‌های کلی حل مسئله را پیشنهاد می‌دهد، سیو تدریسِ از بالا به پایین[۱۵] و سلسله مراتبی رهیافت‌ها را مفید می‌داند. برای مثال وی رهیافت «نمودار رسم‌کن» را زیرشاخهٔ رهیافت کلی «نمایش مسئله» دانسته و رهیافت «هیستوگرام رسم‌کن» را زیرشاخهٔ آن دو دیگر معرفی می‌کند. وی بیان می‌کند که دانش‌آموز ابتدا باید ایدهٔ رهیافت کلی «بیان یا نمایش مسئله» را درک کند و سپس به مرحلهٔ «نمودار رسم‌کن» و بعد از آن به «هیستوگرام رسم‌کن» برسد که این کار مستلزم تمرین گام‌به‌گام و آهسته است. وی نظر خود را وام‌دار نظر برونر (۱۹۶۰) مبنی بر تدریس اولیهٔ ساختارهای کلی می‌داند (سیو ۲۰۰۵). با این حال سیو در مثالی که ارائه می‌دهد سناریوی حل مسئله را از فعالیت‌های شخصی و گروهی دانش‌آموزان، بحث روی نتایج کار ایشان، معرفی رهیافت‌های کلی‌تر براساس نتایج کار دانش‌آموزان و سپس بیان رهیافت‌های جزئی‌تر ترسیم می‌کند (و نه بالعکس یعنی معرفی رهیافت پیش از شروع به حل مسئله) (سیو ۲۰۰۵).

دانلوپ[۱۶] (۱۹۸۸) به نقل از ماسر[۱۷] و شونسی[۱۸] (۱۹۸۰) پنج رهیافت حل مسئله را مناسب‌تر از باقی رهیافت‌ها در دورهٔ دبیرستان معرفی می‌کند. این پنج رهیافت عبارت‌اند از: آزمون و خطا، الگویابی، ساده‌سازی مسئله، یافتن مسئلهٔ مشابه و به عقب نگریستن. دانلوپ طی تحقیق تجربی (آزمایشگاهی) که انجام داد به این نتیجه رسید که اولاً تعداد رهیافت‌هایی که آموزش داده می‌شود باید کم باشد (دو یا سه رهیافت) و دوم اینکه دانش‌آموزان منطق استفاده از یک رهیافت را در نمی‌یابند مگر آنکه به خوبی شرح داده شود و نحوهٔ استفاده از آن در مسائل متعدد و مرتبطی که زمینهٔ کاربرد آن رهیافت را دارند بیان شده باشد. به‌علاوه وی تأکید می‌کند دانش‌آموز باید به اندازهٔ کافی وقت داشته باشد تا روی حل مسئله و استفاده از رهیافت‌ها کار کند (دانلوپ ۱۹۸۸).



در مطالعـهٔ انجام شـده روی ۷۲ معلـم ابتدایی آمریکایـی، برون دریافت که آن‌هـا تمام رهیافت‌های حل مسئلهٔ پیشنهاد شده توسط استانداردهایی مانند NCTM و CCSSI را در کلاس‌هـای درس خود به‌کار نمی‌گیرند، بلکه بیشـتر از دو رهیافت «رسم شکل» و «بیرون کشـیدن اطلاعات کلیدی مسـئله» استفاده می‌کنند (برون ۲۰۱۳).

بررسی آموزش رهیافت‌های حل مسئله در کتاب ریاضی هفتم

نویسنده در مورد حل مسئله با رویکرد اخیر، یعنی آموزش از طریق حل مسئله، موافقت بیشتری دارد. آنچه تاکنون مـورد تأیید قطعی بوده تنها تحقیقات تجربی محققان در شرایط و محیط‌های کاملاً کنترل شده بوده است. با این حال برای آموزش رهیافت‌های حل مسئله، مطابق با آنچه تاکنون گفته شـد، پیشـنهادهایی ارائه می‌گردد. مرور نتایج تحقیقات انجام شده نشان می‌دهد که در آمـوزش رهیافت‌های حل مسـئله نکاتی حائز اهمیت هستند؛ از جمله: زمان، تعداد رهیافت‌های مورد تدریـس، نوع رهیافت‌ها، نحوهٔ بیان و ارائهٔ رهیافت‌ها و میزان اثربخشی تدریس رهیافت‌ها.

با توجه به آنچه گفته شـد فصل اول کتاب ریاضی هفتـم که به‌طور مسـتقل به ارائـهٔ رهیافت‌های حل مسئله اختصاص یافته است مورد بررسی اجمالی قرار می‌گیرد. در این فصل هشت راهبرد هر یک در کادری جداگانه و در ابتدای یک قسـمت مطرح می‌شود. پس از ارائهٔ هر راهبرد چند مسـئله در همان رابطه مطرح شـده است. اولین مسئله با توضیحات و راهنمایی‌های مؤلفان کتاب همراه اسـت. در انتهای فصل بخشی به نام «مرور راهبردها» آورده شـده است. به‌نظر نویسنده راهبردهایی مانند رسم شکل، حذف موارد نامطلوب یا الگویابی، که برای معلمان آشـناتر است، برای تدریس مناسـب‌اند (به‌ویژه که در سـال‌های گذشته به آن‌ها اشاره شده است).

راهبردهـای «زیر مسـئله» و «تبدیل به مسـائل سـاده‌تر» و «راهبرد روش‌های نمادین» نیاز به زمان و کار بیشـتری دارند. سه مسـئلهٔ مطرح شده در بخش «راهبرد مسئلهٔ ساده‌تر» با یکدیگر ارتباطی ندارند و این راهبرد کلی در مورد هر یک به شیوه‌ای جداگانه عمل نموده است. برای مثال، در مورد مسئلهٔ اول، راهبرد حل مسئله به یک راهبرد محاسباتی ساده، یا همان محاسبهٔ تقریبی، تقلیل یافته است. مسائل ۲ و ۳ با بحث استقرا مرتبط‌اند که در حوزه‌های حسـاب و هندسـه مطرح شـده‌اند. ممکن اسـت دانش‌آموز نحـوهٔ به‌کارگیری رهیافت در این سـه مسـئله را بفهمد ولی در مسیر برگشـت، یعنی به‌کارگیری رهیافت در مسـائلی نو و با سـاختار متفاوت، جای شـک باقی است. در مورد رهیافت «روش‌های نمادین» دو مسـئله مطرح شده اسـت که اساسـاً با مقدمه و آغاز جبر مرتبط اسـت. به‌نظر نویسـنده این راهبرد به‌طـور طبیعی در ورود بـه مرحلهٔ پیـش ـ جبر و جبر مدنظر قـرار گرفته و بدون برچسب *راهبرد حل مسئله* تدریس می‌شود. لذا مطرح کـردن آن در قالب یک راهبرد نمی‌تواند تأثیر چندانی در حل مسئلهٔ دانش‌آموزان داشته باشد.

تأکیـد و بیان مسـتقیم راهبردهـای کلی مانند «زیرمسئله» فرصت دانش‌آموز برای چالش با مسئله را کم‌رنگ می‌کند و نیز کمی مبهم است. اگر دانش‌آموز بداند دقیقاً از کجا مسـئله را، به اصطلاح، بشـکند و به مسـائل کوچک‌تر تبدیل نماید خود مهارت بزرگی است. این راهبرد کلی برای دانش‌آموزی که برای آغاز به حل مسئله دچار مشکل است شاید چندان کارساز نباشـد. این‌گونه راهبردها (و به‌طور کل هر راهبردی) بهتر اسـت با راهنمایی معلم توسـط خود دانش‌آموز و طی کلنجار رفتن با مسـئله کشـف و بیان شـوند. تعریف مسئله عبارت از مواجه شدن با موقعیتی است که توسـط راه‌های معمول، روش‌ها و الگوریتم‌های از پیش‌شـناخته شده به آسانی قابل حل نباشد. چالش دانش‌آموز با یک مسئلهٔ جدید، هرچند زمان‌بر باشد، ارزشمند است و موجب کشف استراتژی‌ها، راهکارها و مفاهیم نو توسـط خود او می‌گردد که ماندگاری و اثربخشی بیشتری دارد.

به هرحال سنجش میزان اثربخشی رهیافت‌های مطرح شـده در کتـاب هفتم در بهبود حل مسـئلهٔ دانش‌آموزان نیازمند تحقیق و بررسـی بیشتر است و نویسـندهٔ این مقاله تنها با توجه بـه تحقیقات انجام یافتهٔ پیشـین و تجربهٔ معلمی نظـرات خود را بیان می‌کند.

جمع‌بندی

نظـرات راجع‌به حل مسـئله و رهیافت‌های حل مسئله را می‌توان به ۳ دستهٔ زیر تقسیم کرد:

۱. آمـوزش رهیافت‌هـای به‌اصطلاح مسـتقل یا خالی از محتوا منجر به بهبود حل مسـئلهٔ دانش‌آموز می‌گردد.

۲. آمـوزش رهیافت‌های حل مسـئله تنها تحت شـرایط خاص و کنترل شده در بعضی مواقع منجر به بهبود حل مسئله می‌گردد.

۳. آمـوزش رهیافت‌ها به‌تنهایـی تأثیری در حل مسئله ندارد بلکه دانش محتوایی و مفهومی مقدم است و برای حل مسئله کافی است.

ایـن نظـرات را می‌توان روی یک طیـف از ـ صد در صـد مؤثر بودن آموزش اولیـهٔ رهیافت ـ تا ـ کاملاً بی‌فایده بودن آموزش رهیافت‌های حل مسـئله ـ قرار داد. آموزش رهیافت‌های حل مسئله می‌تواند به بهبود حل مسـئله و باز شدن افق دید دانش‌آموز منجر شود، به شـرط آنکه در این کار دقت و احتیاط لازم به‌عمل آید و شـرایط مهیا باشد. ویلسـون و همکاران هشدار می‌دهند تأکید بر اسـتراتژی‌های حل مسئله نباید ما را به سمتی سوق دهد تا به‌دنبال آن باشیم که «به چه چیزی بیندیشیم» زیرا هدف از راهبردهای حل مسئله به گفتهٔ خود پولیا «چگونه بیندیشیم» است. (ویلسون، فرناند و هَدوِی، ۱۹۹۳)

لازم نیسـت در ایـن نـوع آموزش تعـداد زیادی رهیافـت در یـک دورهٔ زمانی محدود تدریس شـود. می‌توان تعداد راهبردها را به همان‌هایی محدود کرد که نتایج تحقیقات کارایی آن‌ها را بیشتر به اثبات رسانده‌اند و زمان بیشـتری صرف کار روی همین تعداد محدود نمود. در ضمن همان‌گونه که شـونفیلد مطرح نموده می‌توان یک رهیافت را با چندین مسئلهٔ مرتبط با هم و به شکل گام‌به‌گام و آهسته و با شرح جزئیات تدریس نمود. (در کار شونفیلد از رهیافت ساده کردن مسئله به شـکل کاهش تعداد متغیر به دفعات استفاده می‌شود و سـرانجام در پس ـ آزمون نیز مسئله‌ای قابل حل با همین رهیافت مطرح می‌شود.) (شونفیلد ۱۹۸۵).

در انتها یک پرسش را مطرح می‌کنیم: اگر مسئله‌ای مطرح شـود که هیچ‌یک از رهیافت‌های شناخته شدهٔ پیشـین برای حل آن کاربردی نداشـته باشـند کدام گروه در حل مسئله موفق‌ترند: آن‌هایی که پیش از این رهیافت‌های حل مسئله را آموخته و سپس مسائل‌شان را حـل کرده‌اند یا آن‌هایی که رهیافت‌ها را نیاموخته و لذا برای حل مسائل‌شان در گذشته درگیر چالش‌های بیشتری شده‌اند؟

پی‌نوشت‌ها

1. Common core state standard initiative
2. instructionism
3. Information processing
4. John Dewy
5. Krulik
6. Rudnick
7. Lester
8. Lapan
9. Philips
10. Carson
11. Content- less heuristics
12. representation
13. simplification
14. pathway
15. Top-down
16. Dunlop
17. Musser
18. shaughnesy

منابع

1.Bruun, F. (2013). Elementary Teachers' Perspectives of Mathematics Problem Solving Straegies. *The mathematics educator*.

2. Cai, J., & Lester, F. (2010). *Why is Teaching with problem solving important to student learning*? NCTM.

3. Carson, J. (2007). A problem with problem solving: Teaching Thinking Without teaching Knowledge. *Mathematics Educator*.

4. Dunlop, J. (1988). An Investigation of the Effects of Compressed Heuristics Instruction Problem Solving in Mathematics. Unpublished Masters' Thesis University of North Florida.

5. Klein, D. (2003). a Brief History of American K-12 mathematics education. *Mathematical cognition*.

6. Perkins, D., & Salomon, G. (1989). Are cognitive skills Context-bounded? *Educational Reseacher*.

7. Shoenfeld, A. (1983). Teaching Problem solving skills. In *Learning to think mathematicaly*.

8. Shoenfeld, A. (1985). *Mathematics Problem solving*. Academic Press.

9. Shoenfeld, A. (2012). How we Think: A Theory of Human Decision-making , with a Focus on Teaching. *ICME12*.

10. Siew, T. (2005). *Top-Down approach to Teaching Problem Solving Heuristics in Mathematics*. NIE.

11. W, B. (2012). *School- Based Curriculum Development in China*. Netherlands Instituite for Curriculum Development.

12. Wilson, J., Fernande, M., & Hadaway, N. (1993). Mathematical Problen solving. In Research Ideas for the Classroom. NCTM.

۱۳. پولیا، ج، **چگونه مسئله حل کنیم** ۱۹۴۵ مترجم: آرام، ا.

۱۴. تاپالیـن، م **ریاضیـات از طریـق حـل مسـئله**. مترجم: فروزبخش، فیروزه. (۱۳۹۲). مجله رشد آموزش ریاضی.

۱۵. کار، بریندرجیت، **آموزش ریاضیات در سـنگاپور**، ۱۳۹۱، مترجم غلام آزاد، سهیلا، مجله رشد آموزش ریاضی شماره ۱۱۰